



Metode Estimasi Bayes

LIA RSMALIA

DEFINISI

Estimasi adalah proses menghasilkan suatu nilai tertentu terhadap suatu sampel. Sampel yang digunakan untuk melakukan estimasi parameter ini merupakan suatu sampel yang akan digunakan oleh suatu estimator untuk menghasilkan suatu nilai parameter.

Estimasi terbagi menjadi dua bagian yaitu **estimasi titik** dan **estimasi interval**. Estimasi titik adalah nilai tunggal statistik sampel yang digunakan untuk mengestimasi parameter populasi, sedangkan estimasi interval adalah nilai interval dari statistik sampel yang berisi kemungkinan yang terjadinya parameter populasi.

DEFINISI

Salah satu metode untuk mengestimasi suatu parameter dalam suatu populasi adalah **metode Bayes**.

Estimasi Bayes mempunyai cara tersendiri dalam menentukan bentuk distribusi awal (prior) dan distribusi posterior yang secara signifikan bisa membantu menyelesaikan bagian yang sulit dari sebuah solusi.

Berdasarkan penentuan parameter-parameter pada pola distribusi, distribusi prior terbagi menjadi dua bagian yaitu **distribusi prior informatif** dan **non informatif**. Distribusi prior informatif mengacu pada pemberian nilai parameter yang telah dipilih, sedangkan distribusi prior non-informatif pemilihan nilai parameternya tidak berdasarkan pada data yang ada atau distribusi prior yang tidak memuat informasi tentang parameter.

Estimasi Bayes ini banyak digunakan khususnya bagi distribusi yang rumit atau distribusi yang mempunyai parameter lebih dari satu, seperti **distribusi Pareto** yang memiliki dua parameter. Estimasi Bayes mengungguli estimasi Maksimum *Likelihood* dalam sampel berjumlah kecil, sementara untuk sampel besar hampir sama efisiennya dalam sampel dengan jumlah yang besar.

Estimasi Bayes memiliki kesalahan kuadrat rata-rata terkecil dibandingkan dengan perkiraan kemungkinan maksimum yang sesuai. .Estimasi Bayes juga digunakan pada salah satu teknik analisis statistika yang mengamati tentang daya tahan hidup suatu produk atau individu dalam keadaan operasional atau disebut juga dengan analisis data uji hidup.

Dalam teori estimasi dan teori keputusan , **penaksir Bayes** atau **tindakan Bayes** adalah penaksir atau aturan keputusan yang meminimalkan nilai ekspektasi posteriordari fungsi kerugian (yaitu, **kerugian yang diharapkan posterior**). Demikian pula, ini memaksimalkan harapan posterior dari fungsi utilitas. Cara alternatif untuk merumuskan estimator dalam statistik Bayesian adalah *estimasi a posteriori* maksimum.

METODE ESTIMASI BAYES

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n merupakan sebuah sampel acak berukuran n yang berasal dari distribusi dengan :

$$\boxed{\text{fkp } f(x; \theta); \theta} \quad \boxed{\in \Omega \subset \mathcal{R}}$$

Langkah-langkah untuk menentukan penaksir Bayes bagi θ adalah :

1. Tentukan fkp gabungan dari sampel acak, yaitu

$$g(x_1, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta) \cdots f(x_n; \theta)$$

2. Tentukan distribusi prior dengan fkp nya $\lambda(\theta)$ diambil atau dipilih dan disesuaikan dengan $g(x_1, \dots, x_n; \theta)$

3. Penaksir Bayes untuk θ ditentukan sbb:

a. Jika $\lambda(\theta)$ dari peubah acak Θ berasal dari peubah acak diskrit, maka penaksir bayes ditentukan dengan rumus sbb:

$$\delta(x_1, \dots, x_n; \theta) = \frac{\sum_{\Omega} \theta \cdot g(x_1, \dots, x_n; \theta) \cdot \lambda(\theta)}{\sum_{\Omega} g(x_1, \dots, x_n; \theta) \cdot \lambda(\theta)}$$

b. Jika $\lambda(\theta)$ dari peubah acak Θ berasal dari peubah acak kontinu, maka penaksir bayes ditentukan dengan rumus sbb:

$$\delta(x_1, \dots, x_n; \theta) = \frac{\int_{\Omega} \theta \cdot g(x_1, \dots, x_n; \theta) \cdot \lambda(\theta) d\theta}{\int_{\Omega} g(x_1, \dots, x_n; \theta) \cdot \lambda(\theta) d\theta}$$

Sedangkan penentuan distribusi posteriornya digunakan rumus:

$$h(\theta|x) = \frac{g(x_1, \dots, x_n; \theta) \cdot \lambda(\theta)}{\int_{\Omega} g(x_1, \dots, x_n; \theta) \cdot \lambda(\theta) d\theta}$$

CONTOH

Contoh:

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n adalah sampel acak berukuran n dari distribusi $B(1, \theta)$, dengan θ tidak diketahui.
Tentukan penaksir Bayes untuk θ .